

文章编号: 1000-7598(2009)06-1627-04

非线性广义文克尔模型探讨

周峰^{1,2}, 宰金珉¹, 梅国雄¹

(1. 南京工业大学 土木工程学院, 南京 210009; 2. 东南大学 交通学院, 南京 210096)

摘要: 文克尔地基模型的最大缺陷是没有考虑地基土的非线性和连续性。利夫金模型虽然对其连续性进行了改进, 但过分考虑了基础形状对基床系数的影响, 还导致了在矩形基础长边短边方向上基床系数的极不对称。为此提出非线性广义文克尔模型, 对文克尔模型特征函数重新进行了定义, 修正了利夫金模型的缺点, 在合理考虑基础形状和尺寸对地基刚度影响的同时, 还能分别模拟几种典型情况的反力分布形式。非线性广义文克尔模型还通过分段线性逼近实际 $p-s$ 曲线的方法, 考虑了地基土的非线性。算例分析表明, 非线性广义文克尔模型具有一定的合理性和实用性。

关键词: 文克尔模型; 非线性; 基床系数

中图分类号: TU 4

文献标识码: A

Discussion on nonlinear generalized Winkler model

ZHOU Feng^{1,2}, ZAI Jin-min¹, MEI Guo-xiong¹

(1. College of Civil Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China;

2. College of Transportation, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: Without considering continuity and nonlinearity of subgrade is the limitation of Winkler model; and it is modified by Lifking model. However, the effect of foundation shape on coefficient of subgrade reaction considered by Lifking model is excessive. Asymmetry of coefficient of subgrade reaction along long and short sides of rectangular foundation is also caused. Nonlinear generalized Winkler model is presented to overcome the disadvantage of Lifking model, and to redefine the characteristic function of Winkler model. Nonlinear generalized Winkler model not only considers the effect of foundation shape and size on rigidity of subgrade reaction but also simulates several typical forms of subgrade reaction distributions. The nonlinear generalized Winkler model simulates the practical $p-s$ curve by piecewise linear approximation. The nonlinearity of subgrade is also considered. The example results show that nonlinear generalized Winkler model is rational and available.

Key words: Winkler model; nonlinearity; coefficient of subgrade reaction

1 前言

文克尔地基模型的最大优点是形式简单、参数最少、使用方便(基床系数可直接由原位试验得到), 目前仍然得到广泛的应用。文克尔地基模型的缺点也是显而易见的, 它除了不能考虑地基土之间的相互影响, 也不能考虑地基土的非线性, 分析结果有很大的局限性。

文献[1]介绍的利夫金模型对经典文克尔模型对不能考虑地基土连续性进行了改进, 但仍存在一定的问题。文献[2-3]亦曾对文克尔模型考虑地基土的非线性进行了有益的尝试, 取得了一定的进展。

本文在此基础上提出非线性改进广义文克尔模型, 在考虑地基土非线性的同时, 不仅修正了利夫金模型的缺点, 而且还能分别模拟几种典型情况的反力分布形式。

2 利夫金模型的缺点

利夫金模型的主要工作是对文克尔模型的特征函数作了如下改进^[1]:

$$p(x,y)=k\varphi(x,y)W(x,y)=k\left[1+\beta e^{-\alpha(m-\xi)(1-\eta)}\right]W(x,y) \quad (1)$$

式中: $W(x,y)$ 为地基土任一点处的沉降; $p(x,y)$ 为地基土该点承受压力的强度; k 为基床系数; α, β 为

收稿日期: 2007-06-27

基金项目: 国家自然科学基金项目资助 (No. 50678083); 国家青年自然科学基金资助项目 (No. 50608038)。

第一作者简介: 周峰, 男, 1979年生, 博士后, 讲师, 主要从事土与结构物相互作用方面的理论研究与工程实践。E-mail: jx_crab@163.com

与地基土性质有关的无量纲参数: ξ, η 为界面上所考虑点的相对座标: $\xi = x/l, \eta = y/b$; b, l 为矩形基础的半宽与半长; m 为矩形基础的长宽比, $m = l/b$ 。

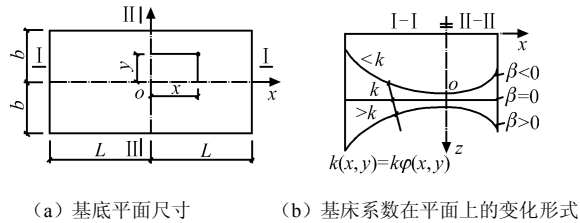


图1 广义文克尔模型
Fig.1 Generalized Winkler model

利夫金模型不仅可以考虑基础范围以外的土体对地基刚度的影响,还可以考虑基础底面的形状和尺寸对地基刚度的影响。但利夫金模型显然过分夸大了基础形状对基床系数的影响,从图2可以看出,等面积的矩形和正方形在其他参数取值均相同的情况下 ($\alpha = 10, \beta = 1.5$, 硬黏土条件下,下同) 宽度尺寸变化 10%, OB 段的基床系数变化 100% 以上,如果取对应弹性半空间模型计算, OB 段的基床系数将变化 500% 以上,显然不合理。另外由于需要考虑基础形状的影响,利夫金模型还导致了在矩形基础长短边方向上基床系数的极不对称,图3是矩形基础中基床系数分别沿长短边 ($L = 10 \text{ m}, b = 5 \text{ m}$) 的变化趋势,可以看出短边的变化率是长边的 2.5 倍,这和实际情况存在较大的差异。

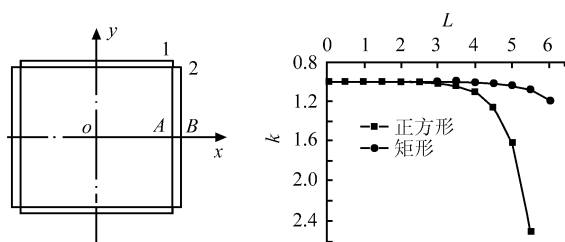


图2 基础底面形状对地基刚度的影响
Fig.2 Effect of foundation shape on rigidity of subgrade

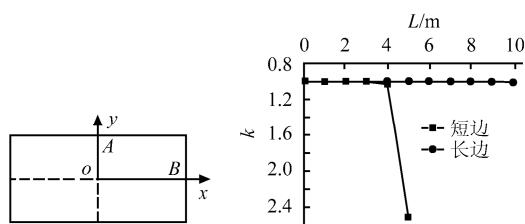


图3 矩形基础长短边方向基床系数变化
Fig.3 Coefficient of subgrade reaction varies with long and short side of rectangular foundation

另外还应特别注意的是,利夫金模型曲线呈倒抛物线型,故只对弹性问题模拟较好。而根据模型试验与大量实测资料分析^[4],基底反力分布大致可分为如下3种类型:

(1) 如果基底面积足够大,有一定的埋深,荷载不大,地基尚处于线性变形阶段,则基底反力图多为马鞍形,如图4(a)所示,当地基土比较坚硬时,反力最大值的位置更接近于边缘。

(2) 砂土地基上的小型基础,埋深较浅或荷载较大,临近基础边缘的塑性区逐渐扩大,这部分地基土所卸载的荷载必然转移给基底中部的土体,导致中部基底反力增大,最后呈抛物线型,如图4(b)所示。

(3) 当荷载非常大,以致地基接近于整体破坏时,反力更加向中部集中而呈钟形,如图4(c)所示;当其周围有非常大的地面堆载或相邻建筑的影响时,也可能出现钟形的反力分布。

因此,如果直接以利夫金模型对上述情况进行模拟分析,将和实际情况有较大的出入,从而导致结果的不可信。

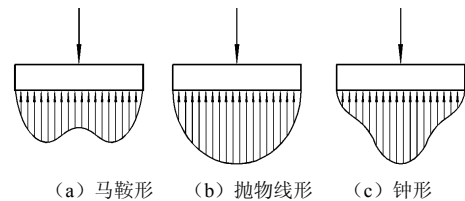


图4 基底反力分布的几种典型情况
Fig.4 Several typical forms of subgrade reaction distributions

3 广义文克尔模型

本文提出将 $\varphi(x, y)$ 调整为如下形式:

$$\varphi(x, y) = A + B e^{C(\xi^2 + \eta^2)} \cos \frac{\pi}{2} \xi \cos \frac{\pi}{2} \eta \quad (2)$$

式中除 A, B, C 为待定系数外,其余符号意义同式(1)。这样,调整后的 $\varphi(x, y)$ 不仅保留了文克尔模型数学形式最简单的特点,同时可以考虑地基土的连续性,并且对几种典型的反力分布情况均能较好的模拟(分别如图5~8所示)。

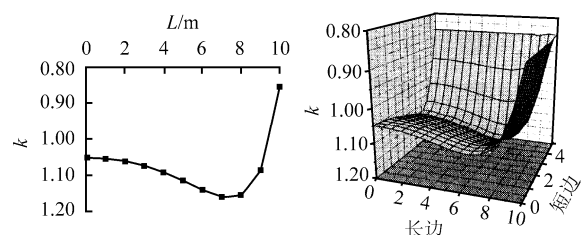
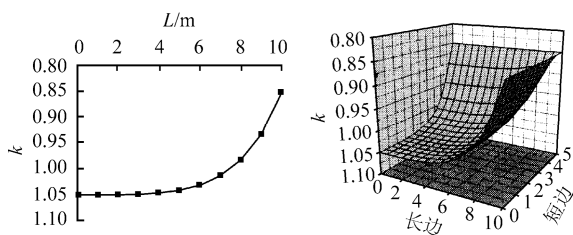
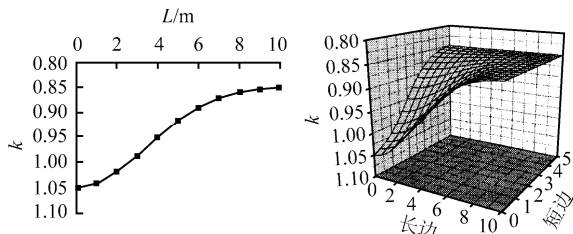
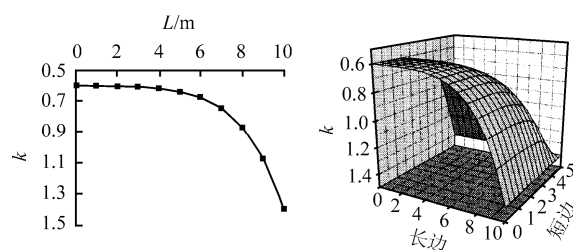


图5 马鞍形分布 ($A=0.85, B=0.2, C=2$)
Fig.5 Distribution of saddle shape ($A=0.85, B=0.2, C=2$)

图6 抛物线形分布 ($A=0.85$ 、 $B=0.2$ 、 $C=1.2$)Fig.6 Distribution of parabola-shape ($A=0.85$ 、 $B=0.2$ 、 $C=1.2$)图7 钟形分布 ($A=0.85$ 、 $B=0.2$ 、 $C=-3$)Fig.7 Distribution of bell-shape ($A=0.85$ 、 $B=0.2$ 、 $C=-3$)图8 弹性半空间分布形式 ($A=1.4$ 、 $B=-0.8$ 、 $C=1.2$)Fig.8 Distribution of elastic half-space ($A=1.4$ 、 $B=-0.8$ 、 $C=1.2$)

从图5~8可以看出,式(2)中参数 C 主要为形状系数,没有明确的物理意义;而参数 A 、 B 则有明确的物理意义, A 表示经典文克尔地基中的基床系数在改进后模型中所占的比例, B 表示地基土之间的相互影响、荷载的大小以及基础尺寸等因素对改进后模型基床系数的影响程度。

基础形状对基床系数的影响,太沙基^[5]认为,对于矩形基础,当基础的长度 L 与宽度 b 的比值为 m 时,基床系数可按下式修正:

$$k' = k \frac{m+0.5}{1.5m} \quad (3)$$

式中: k 为按方形板试验确定的基床系数。

至此,改进广义文克尔模型可表示为

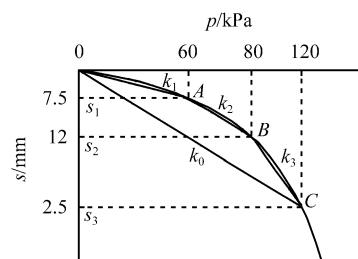
$$p(x, y) = k' \left[A + B e^{C(\xi^2 + \eta^2)} \cos \frac{\pi}{2} \xi \cos \frac{\pi}{2} \eta \right] W(x, y) \quad (4)$$

式中: k' 为经过基础性状修正的基床系数,其余符号意义同前。

广义文克尔模型对利夫金模型修正后,不但基本保留了原来地基土连续性对地基刚度影响的特点,而且可以合理地考虑基础形状和尺寸对地基刚度的影响。另外对于几种典型情况的基底反力,亦可进行很好的模拟。

4 非线性文克尔模型

经典文克尔地基模型基底压力 p 与沉降 s 的关系可表示为: $p=ks$, k 为地基土的基床系数。从图9可以看出, k 值是随沉降值 s 的变化而变化的,同时也是随着反力的大小而变化的。如果以定值 k 来模拟地基土显然效果较差,故可通过分段弹性非线性方式来逼近原曲线,而 k 与反力的非线性关系更符合非线性本构关系的要求。

图9 地基土的 p - s 曲线Fig.9 p - s curves of subgrade

数值计算中文克尔弹性地基基底压力和位移可简单表示为

$$[K_s]\{w\}^e = \{P\}^e \quad (5)$$

式中: $[K_s]$ 为地基土的刚度矩阵; $\{w\}^e$ 为结点位移; $\{P\}^e$ 为基底节点压力。

分段弹性非线性地基基底压力和位移则可以用下面3式来表示:

$$[K_{s1}]\{\delta\}^e = \{P\}^e \quad (0 < \{\delta\}^e < s_1) \quad (6)$$

$$[K_{s2}]\{\delta\}^e = \{P\}^e - ([K_{s1}] - [K_{s2}])\{s_1\} \quad (s_1 < \{\delta\}^e < s_2) \quad (7)$$

$$[K_{s3}]\{\delta\}^e = \{P\}^e - ([K_{s1}] - [K_{s2}])\{s_1\} - ([K_{s2}] - [K_{s3}])\{s_2\} \quad (s_2 < \{\delta\}^e) \quad (8)$$

如果需要更高的精度,也可以通过若干段线性直线来拟合 $p-s$ 曲线,则在相应的变形范围内,式(6)~(8)的一般表示式为

$$[K_{sn}]\{\delta\}^e = \{P\}^e - ([K_{s1}] - [K_{s2}])\{s_1\} - ([K_{s2}] - [K_{s3}])\{s_2\} - \dots - ([K_{s(n-1)}] - [K_{sn}])\{s_{n-1}\} \quad (9)$$

5 算例分析

算例 I 正方形筏板分别置于常系数文克尔地基和分段非线性的变系数文克尔地基上(基床系数如图 9 所示),筏板边长为 4 m, 厚为 0.3 m, 泊松比为 0.15, 筏板中心区域受均布荷载为 1 000 kPa。2 种情况下筏板变形、基底反力以及筏板弯矩分别如图 10~12 所示。

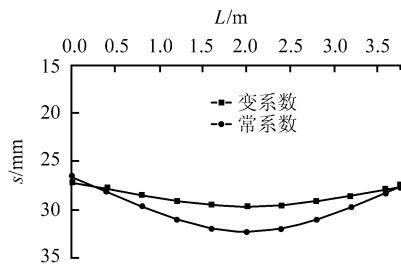


图 10 筏板的变形
Fig.10 Raft deformation

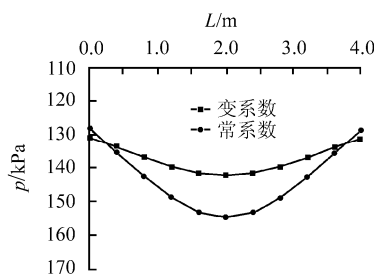


图 11 基底反力图
Fig.11 Reaction distribution of foundation

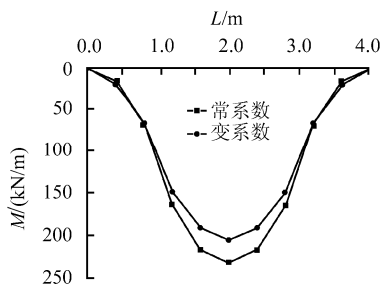


图 12 筏板内力
Fig.12 Internal force of raft

从图可以看出,与常基床系数相比,考虑地基土的非线性后,筏板的变形、内力以及基底反力均减小 10% 左右。

算例 II 取 4 m×4 m 的刚性板,作用荷载为 80 kPa,按本文提出的改进广义文克尔模型分析,其中取 $A=1.2$ 、 $B=-0.3$ 、 $C=1.2$ 和 $A=0.7$ 、 $B=0.15$ 、 $C=2.8$ 时,得出的基础反力与按高层建筑箱形与筏型基础技术规范(JGJ6-99)附录 C 估算的基础反力绘于图 13,从图可以看出,两者非常接近,说明

本文提出的非线性广义文克尔模型是有一定适用性的。当然,如将上述方法推广应用,则应将一定数量的基底反力实测数据统计后与本文方法对比分析,这需经历一定的积累过程。

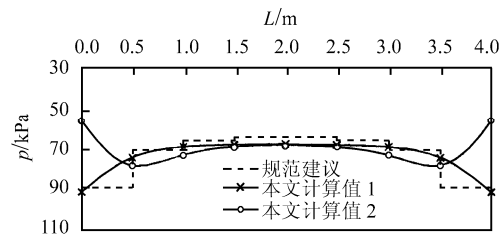


图 13 基底反力计算
Fig.13 Reaction calculation of basement

6 结 论

(1) 文克尔地基模型的最大缺陷是没有考虑到土介质的连续性,利夫金模型对其进行了改进。但分析表明,其过分考虑了基础形状对基床系数的影响,并且还导致了在矩形基础长、短边方向上基床系数的极不对称。

(2) 基床系数是与基础板挠度呈非线性关系的变量,因此,常基床系数的文克尔模型计算有较大的误差。

(3) 本文提出的非线性广义文克尔模型不仅能考虑地基土的非线性,而且能反映地基土的连续性,另外还能分别模拟几种典型情况的基底反力分布形式。算例分析表明,所提出的模型具有一定的合理性和实用性。

(4) 本文提出的非线性广义文克尔模型只是用为初步尝试,进一步的推广应用,还需积累更多的地区性经验。

参 考 文 献

- [1] 宰金珉, 宰金璋. 高层建筑基础分析与设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993.
- [2] 易伟建, 易志华, 孙晓立. 非线性文克尔地基上的刚性板计算[J]. 中南公路工程, 2003, 28(1): 1-4.
- [3] 李伟, 高广运, 邱畅. 载荷试验确定基床系数修正方法的讨论[J]. 上海地质, 2004, (4): 15-18.
LI Wei, GAO Guang-yun, QIU Chang. Discussion on modifying method of coefficients of subgrade reaction obtained from load bearing test[J]. Shanghai Geology, 2004, (4): 15-18.
- [4] 黄绍铭, 高大钊. 软土地基与地下工程[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993.
- [5] TERZAGHI K, PECK R B. Soil mechanics in engineering practice[M]. New York: John Wiley & Sons, 1967.